Livraison de bois de chauffage

Niveau: terminales.

Lien avec le programme : Echantillonnage, loi binomiale, prise de décision.

Lien avec Les maths au quotidien : Bricolage.

Comme chaque année, Évariste commande du bois auprès d'une entreprise forestière proche de chez lui. Cette année, face à la pénurie de bois, cette entreprise lui propose un mélange composé de trois quarts de chêne et de charme et d'un quart de châtaignier (qui est un bois dur dont l'essence est de moindre qualité). La commande sera prélevée au hasard dans un tas en vrac.

Une fois le bois livré en bonne quantité, il est déposé dans l'arrière terrain de sa maison.



Même s'il a toute confiance en son entreprise, Evariste décide de contrôler les proportions annoncées. Il demande à son fils (qui ne sait par reconnaitre les différents types d'essences de bois) de récupérer au hasard une bûche, puis Évariste la remets lui-même dans le tas après avoir noté son essence. Il répète ce procédé 100 fois. Dans l'échantillon relevé, il compte 31 bûches de châtaignier.

- 1. Expliquer pourquoi ce procédé fournit un « vrai » échantillon de taille 100.
- **2.** Soit *X* la variable aléatoire qui indique le nombre de bûches de type châtaignier dans un échantillon de 100 bûches de la livraison.

Justifier que *X* suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.

- 3. Quel est le nombre de bûches auquel Évariste devait s'attendre dans son échantillon ?
- **4. a.** Déterminer, avec un outil numérique, le plus petit intervalle I = [a; b] de centre 25 tel que $P(a \le X \le b) \ge 0.95$, avec a et b nombres entiers.
 - **b.** D'après le résultat précédent, pensez-vous que la proportion de châtaignier reçue est en accord avec le mélange proposé au départ par l'entreprise ? Argumenter.