

UNE CHAINETTE

Niveau : 1^{re} générale, spécialité.

Lien avec le programme : fonction exponentielle, propriétés algébriques, taux de variation et nombre dérivé, pente d'une tangente ; opérations sur les fonctions dérivables, variations d'une fonction...

Lien avec Les Maths Au Quotidien : transport

COMPETENCES ATTENDUES

Se référer à la fiche de compétences. La compétence C6 est transversale à l'ensemble de la rédaction de votre copie.

Chercher C1				
Modéliser C2				
Représenter C3				
Calculer C4				
Raisonner C5				
Communiquer C6				

La fonction « cosinus hyperbolique » **ch** est la fonction définie sur \mathbb{R} par $\text{ch}(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$.

Soient \mathcal{C} la courbe respective de **ch** dans un repère orthonormal du plan.

- Montrer que la fonction **ch** est paire, c'est-à-dire que pour tout réel x , $\text{ch}(-x) = \text{ch}(x)$. C3
 - Traduire le fait que **ch** est paire graphiquement. C3
- Étudier la limite de **ch** en $+\infty$. Peut-on en déduire une limite en $-\infty$? C4 C3
 - Étudier les variations de **ch** et dresser son tableau de variations. C4 C5
- Vérifier que pour tout réel x : $\text{ch}^2(x) = \frac{\text{ch}(2x) + 1}{2}$. C4

UNE CHAINETTE

Niveau : 1^{re} générale, spécialité.

Lien avec le programme : fonction exponentielle, propriétés algébriques, taux de variation et nombre dérivé, pente d'une tangente ; opérations sur les fonctions dérivables, variations d'une fonction...

Lien avec Les Maths Au Quotidien : transport

COMPETENCES ATTENDUES

Se référer à la fiche de compétences. La compétence C6 est transversale à l'ensemble de la rédaction de votre copie.

Chercher C1				
Modéliser C2				
Représenter C3				
Calculer C4				
Raisonner C5				
Communiquer C6				

La fonction « cosinus hyperbolique » **ch** est la fonction définie sur \mathbb{R} par $\text{ch}(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$.

Soient \mathcal{C} la courbe respective de **ch** dans un repère orthonormal du plan.

- Montrer que la fonction **ch** est paire, c'est-à-dire que pour tout réel x , $\text{ch}(-x) = \text{ch}(x)$. C4
 - Traduire le fait que **ch** est paire graphiquement. C3
- Étudier la limite de **ch** en $+\infty$. Peut-on en déduire une limite en $-\infty$? C4 C3
 - Étudier les variations de **ch** et dresser son tableau de variations. C4 C5
- Vérifier que pour tout réel x : $\text{ch}^2(x) = \frac{\text{ch}(2x) + 1}{2}$. C4

On appelle chaînette ou caténaire une courbe d'équation $y = a \cdot \text{ch}\left(\frac{x}{a}\right)$.

Une chaînette est la forme prise par un « fil » pesant, homogène, flexible, inextensible suspendu entre deux points. Galilée pensait que c'était un arc de parabole, mais Leibniz, Jean Bernoulli, et Huygens ont montré en 1691, indépendamment, qu'il n'en était rien.

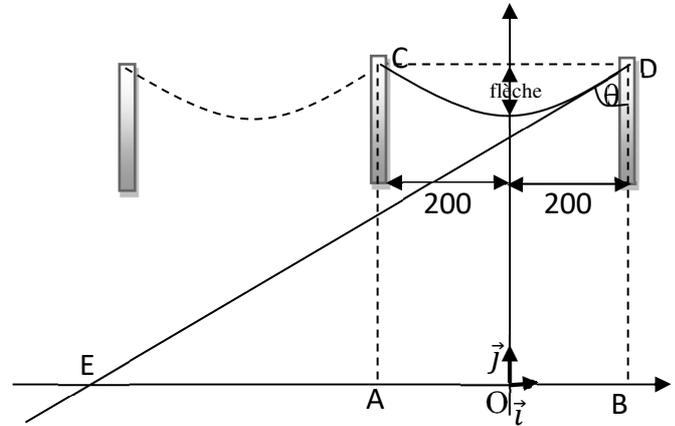
C'est donc la forme prise par un câble électrique entre deux poteaux, par le câble d'ancre reliant le bateau à l'ancre posée sur le fond...



La figure ci-contre représente une ligne à très haute tension. Les agents du RTE (Réseau de transport d'électricité) souhaitent accrocher la ligne entre ici deux attaches C et D de même hauteur. La distance AB entre les deux pylônes vaut 400 mètres. Soit E le point de l'axe des abscisses tel que la droite (ED) soit tangente à l'arc de chaînette au point D et θ une mesure de l'angle \widehat{EDB} .

Ayant à prendre en compte des contraintes diverses comme le transit du courant, l'électromagnétisme résultant et la tension de la ligne aux points d'attaches, les techniciens souhaitent fixer la ligne telle que θ soit égale à 82° .

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité 1 m), le câble a la forme d'une courbe (C) d'équation $y = f(x)$ où $f: x \mapsto \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$ est définie sur $[-200; 200]$ ($a > 0$).



4. a. Montrer que $f'(200) = \frac{1}{\tan \theta}$.

C2 C5

b. Déterminer avec un outil numérique une valeur approchée de a correspondante.

C1 C4

5. Les distances minimales de la ligne au sol sont définies par l'Arrêté technique interministériel du 17 mai 2001 ; par exemple, pour une ligne aérienne HT surplombant un terrain agricole (cas le plus fréquent), la hauteur minimale est de 6,5 m. Quelle doit être la hauteur minimale des accroches de conducteurs ?

C2 C1

On appelle chaînette ou caténaire une courbe d'équation $y = a \cdot \text{ch}\left(\frac{x}{a}\right)$.

Une chaînette est la forme prise par un « fil » pesant, homogène, flexible, inextensible suspendu entre deux points. Galilée pensait que c'était un arc de parabole, mais Leibniz, Jean Bernoulli, et Huygens ont montré en 1691, indépendamment, qu'il n'en était rien.

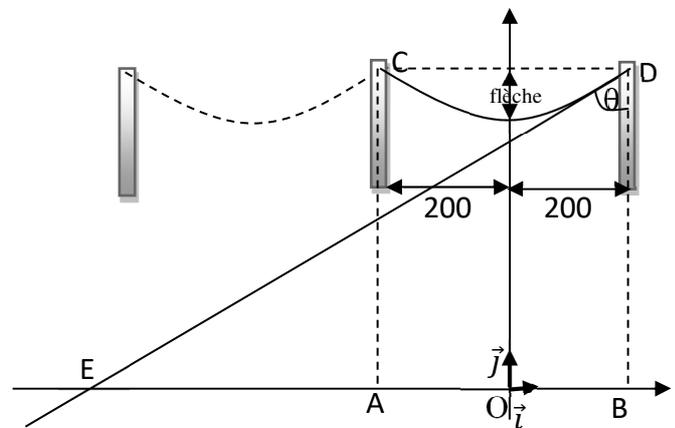
C'est donc la forme prise par un câble électrique entre deux poteaux, par le câble d'ancre reliant le bateau à l'ancre posée sur le fond...



La figure ci-contre représente une ligne à très haute tension. Les agents du RTE (Réseau de transport d'électricité) souhaitent accrocher la ligne entre ici deux attaches C et D de même hauteur. La distance AB entre les deux pylônes vaut 400 mètres. Soit E le point de l'axe des abscisses tel que la droite (ED) soit tangente à l'arc de chaînette au point D et θ une mesure de l'angle \widehat{EDB} .

Ayant à prendre en compte des contraintes diverses comme le transit du courant, l'électromagnétisme résultant et la tension de la ligne aux points d'attaches, les techniciens souhaitent fixer la ligne telle que θ soit égale à 82° .

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité 1 m), le câble a la forme d'une courbe (C) d'équation $y = f(x)$ où $f: x \mapsto \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$ est définie sur $[-200; 200]$ ($a > 0$).



4. a. Montrer que $f'(200) = \frac{1}{\tan \theta}$.

C2 C5

b. Déterminer avec un outil numérique une valeur approchée de a correspondante.

C1 C4

5. Les distances minimales de la ligne au sol sont définies par l'Arrêté technique interministériel du 17 mai 2001 ; par exemple, pour une ligne aérienne HT surplombant un terrain agricole (cas le plus fréquent), la hauteur minimale est de 6,5 m. Quelle doit être la hauteur minimale des accroches de conducteurs ?

C2 C1