

# GRAPHE ET SCULPTURE SUR BALLON

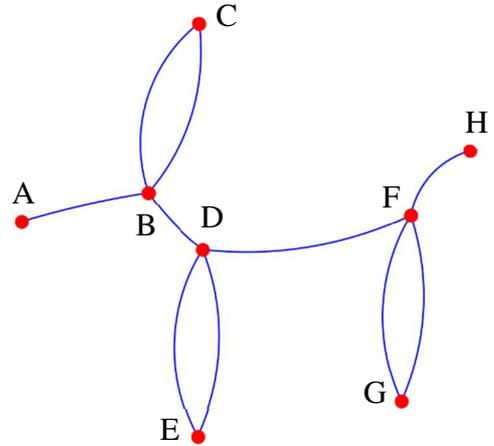
**Niveau :** Terminale générale, maths expertes.

**Lien avec le programme :** graphes : sommets, sommets adjacents, arêtes, degré d'un sommet, ordre d'un graphe, chaîne, longueur d'une chaîne, graphe complet, graphe connexe, chaîne eulérienne, matrice d'adjacence associée à un graphe.

**Lien avec Les maths au quotidien :** Loisirs, Représentations visuelles.

**Partie A :** On considère le graphe  $\Gamma$  ci-contre.

1. Donner l'ordre du graphe  $\Gamma$ .
2. a. Déterminer en justifiant si le graphe  $\Gamma$  est complet.  
b. Déterminer en justifiant si le graphe  $\Gamma$  est connexe.
3. Donner le degré de chacun des sommets de  $\Gamma$ .  
(On pourra présenter les résultats dans un tableau.)
4. Déterminer en justifiant si le graphe  $\Gamma$  admet un cycle eulérien ou une chaîne eulérienne.  
On proposera un exemple d'un tel cycle ou d'une telle chaîne dans le cas d'existence.
5. a. Donner la matrice  $M$  associée au graphe  $\Gamma$ , en classant les sommets par ordre alphabétique.



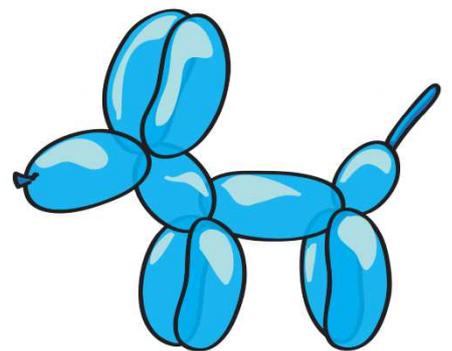
b. On donne  $M^9 =$

$$\begin{pmatrix} 0 & 2421 & 0 & 0 & 1782 & 1796 & 0 & 0 \\ 2421 & 0 & 4842 & 7781 & 0 & 0 & 3592 & 1796 \\ 0 & 4842 & 0 & 0 & 3564 & 3592 & 0 & 0 \\ 0 & 7781 & 0 & 0 & 6652 & 7781 & 0 & 0 \\ 1782 & 0 & 3564 & 6652 & 0 & 0 & 3564 & 1782 \\ 1796 & 0 & 3592 & 7781 & 0 & 0 & 4842 & 2421 \\ 0 & 3592 & 0 & 0 & 3564 & 4842 & 0 & 0 \\ 0 & 1796 & 0 & 0 & 1782 & 2421 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Montrer, **en écrivant le calcul**, que le coefficient  $a_{1,8}$  de  $M^{10}$  est égal à 1 796.  
Que représente ce coefficient ?

**Partie B :**

On souhaite construire un chien en sculpture de ballon comme sur la figure ci-contre, en n'utilisant qu'un seul ballon (boudin allongé).  
Montrer que c'est effectivement possible. (Aidez-vous de la partie A.)



**Partie C :**

On souhaite construire un tétraèdre régulier en sculpture de ballon, en n'utilisant qu'un seul ballon (boudin allongé).  
Est-ce possible ? (Justifier bien sûr.)  
Même question pour les 4 autres polyèdres réguliers : cube, octaèdre, dodécaèdre, icosaèdre.

