Choix de contrat

Niveau : première générale ou technologique, activité de chapitre, avec un tableur comme Excel, sur des postes informatiques.

Lien avec le programme : Suites arithmétique et géométrique – Tableur.

Lien avec Les maths au quotidien : Porte-monnaie.

Brugel, qui en a assez de petits boulots l'été sur la plage, a réussi son entretien d'embauche dans l'entreprise Chtarnak dirigée par M. Roumonval. Celui-ci lui propose deux contrats. Brugel doit en choisir un, et commencer à travailler le 1^{er} janvier 2020. Il veut bien sûr savoir lequel des deux contrats est financièrement le plus avantageux pour lui.

Dans la suite, les résultats des calculs de salaires seront arrondis au centime d'euro.

I- Étude du 1^{er} contrat.

Pendant la première année le salaire mensuel est de 1 200 €.

Ce salaire mensuel est augmenté de 40 ${\ensuremath{\varepsilon}}$ au premier janvier de chaque année.

1. Calculer mentalement le salaire mensuel pour l'année 2021, puis pour l'année 2022.

2. On pose $u_0 = 1\ 200$ et, pour *n* entier naturel, on désigne par u_n le salaire mensuel perçu lors de l'année (2020 + *n*) ; ainsi u_1 désigne le salaire mensuel perçu lors de l'année 2021 et u_2 désigne le salaire perçu lors de l'année 2022.

a. En utilisant le tableur, faire apparaître :

- Dans la colonne A, les années, de 2020 à 2040.
- Dans la colonne B les valeurs correspondantes de *n*.
- Dans la colonne C les salaires mensuels perçus.

Quel est le salaire mensuel perçu lors de l'année 2030 ?

b. En utilisant l'assistant graphique du tableur, faire apparaître les points de coordonnées $(n ; u_n)$ pour *n* entier naturel inférieur ou égal à 20. Que remarque-t-on pour ces points ? Comment expliquer cette propriété ?

c. Quelle formule (duplicable vers le bas) peut-on inscrire en C3 ? Donner <u>deux</u> réponses différentes (tester avec le tableur...).

II- Étude du second contrat.

Pendant la première année le salaire mensuel est de 1 200 €.

Ce salaire mensuel est augmenté de 3 % au premier janvier de chaque année.

1. Calculer, à l'aide de la calculatrice, le salaire mensuel pour l'année 2021, puis pour l'année 2022.

2. On pose $v_0 = 1\ 200$ et, pour *n* entier naturel, on désigne par v_n le salaire mensuel perçu lors de l'année (2020 + n).

a. Faire apparaître, en colonne D, les salaires mensuels perçus lors des années 2020 à 2040. Quel est le salaire mensuel perçu lors de l'année 2030 ?

b. En utilisant l'assistant graphique du tableur, faire apparaître les points de coordonnées $(n ; v_n)$ pour *n* entier naturel inférieur ou égal à 20. Ces points sont-ils alignés ? Justifier.

c. Quelle formule (duplicable vers le bas) peut-on inscrire en D3 ? Trouver <u>deux</u> formules différentes (tester avec le tableur...).

III- Comparaison des deux contrats.

1. Quel est le contrat qui donne le salaire mensuel le plus élevé en 2030 ?

2. Si le contrat est rompu le 31 décembre 2030, lequel aura été le plus avantageux au total pour le salarié ? (Cumuler les salaires de l'année 2020 à 2030 avec le tableur).

3. Plus généralement, quel est, en fonction de l'année, le contrat le plus avantageux ?

IV- Formulation mathématique.

1. Suite (u_n) intervenant dans le premier contrat (on écrit aussi u(n) au lieu de u_n).

On passe d'un terme à un autre en ajoutant un même nombre fixé : $u_{n+1} = \dots$ On dit que la suite (u_n) est une suite **arithmétique**. Le nombre 40 s'appelle la raison de la suite. L'expression de u_n en fonction de n est :

2. Suite (v_n) intervenant dans le deuxième contrat (on écrit aussi v(n) au lieu de v_n).

On passe d'un terme à un autre en en multipliant par un même nombre fixé : $v_{n+1} = \dots$ On dit que la suite (v_n) est une suite **géométrique**. Le nombre 1,03 s'appelle la raison de la suite. L'expression de v_n en fonction de *n* est :

AIDE EXCEL

tâche	aide	exemple
Calculer la somme des valeurs d'une plage de valeurs.	=SOMME(cellule de départ : cellule fin)	=SOMME(B1:B5) calcule la somme des valeurs des cellules B1 à B5.
Étirer une formule.	La poignée de recopie est située en bas à droite des cellules sélectionnées et marquée par un petit carré.	Si on rentre = $A1^2$ en A2 et que l'on étire cette formule en A3 et A4, on calcule respectivement A2 ² et A3 ² dans A3 et A4.
Représenter un nuage de points.	Sélectionner les cellules puis : menu Insertion Graphique, nuage de points. On veillera ici à ne pas relier les points	