

# Que la force soit avec toi... pour travailler

**Niveau :** 1<sup>re</sup> G, 1<sup>re</sup> techno. Activité.

**Lien avec le programme :** produit scalaire dans le plan.

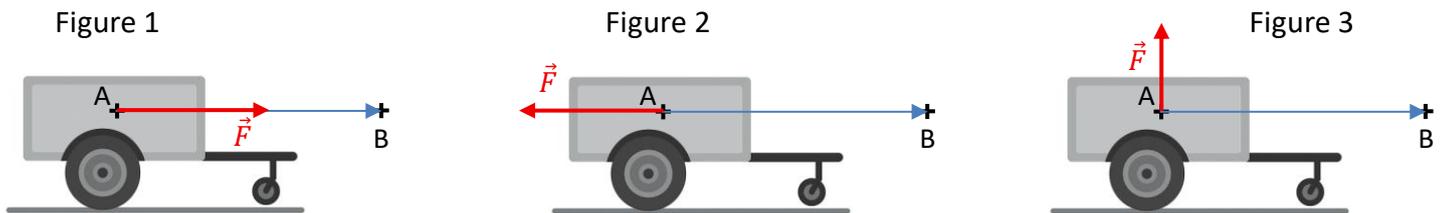
**Lien avec *Les maths au quotidien* :** Transport.

On souhaite déplacer une remorque sur un sol rectiligne, d'un point A à un point B.

La force que l'on va appliquer sur la remorque (au point A) tout le long du trajet est notée  $\vec{F}$ .

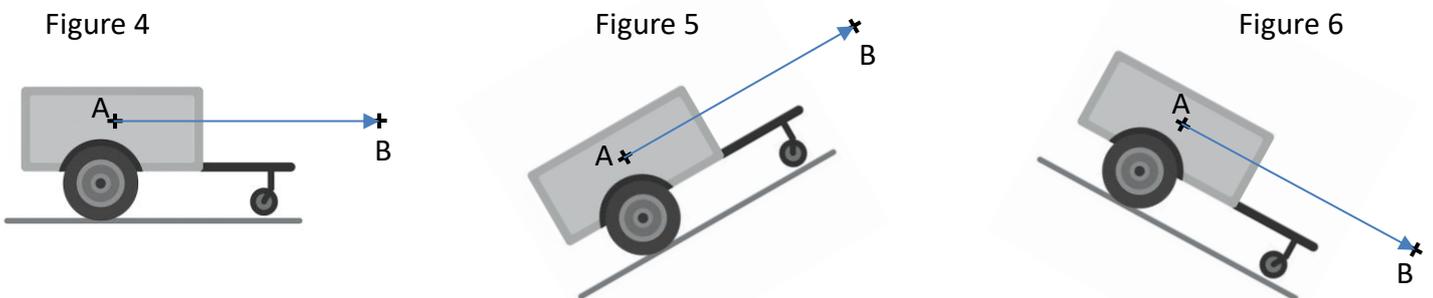
On s'intéresse à l'**énergie fournie par cette force** lors de ce déplacement.

1. Préciser, dans les situations suivantes, si la force favorise le déplacement, n'a pas d'effet sur le déplacement, ou s'oppose au déplacement.



2. La même remorque est à déplacer de A vers B **horizontalement**, puis en **montée** et enfin en **descente**.

- a. Compléter chaque schéma ci-dessous, en rouge, par un représentant du vecteur poids  $\vec{P}$  de la remorque, et décomposer ce vecteur  $\vec{P}$  en une somme de 2 vecteurs : colinéaire à la pente et orthogonal à la pente.

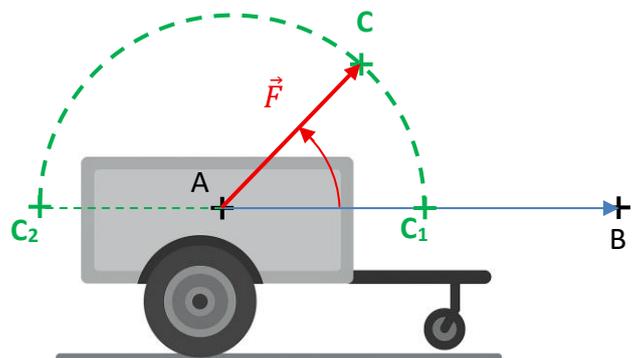


- b. Indiquer dans chaque cas si le poids  $\vec{P}$  favorise le déplacement, n'a pas d'effet sur le déplacement, ou s'oppose au déplacement.

3. On souhaite déplacer maintenant la remorque de A vers B **horizontalement**. Steve la tire en lui appliquant une force  $\vec{F} = \vec{AC}$  d'intensité AC donnée (en newtons).

- a. Comment évolue « l'efficacité » de la force  $\vec{F}$  de Steve vis-à-vis du déplacement de A vers B quand l'extrémité C de  $\vec{F}$  passe de la position C<sub>1</sub> à la position C<sub>2</sub> ?

- b. Pour quels angles  $\widehat{BAC}$  la force  $\vec{F}$  est-elle favorable au déplacement de A vers B ? défavorable au déplacement de A vers B ? Sans effet sur le déplacement de A vers B ?



Pour traduire cette « efficacité » les physiciens ont introduit au XIX<sup>e</sup> siècle la notion de **travail  $W$  d'une force**  $\vec{F} = \overrightarrow{AC}$ , dont le point d'application se déplace de A vers B :

$$W = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$$

Le travail représente une énergie (travail positif, force motrice), ou une perte d'énergie (travail négatif, force résistante), le travail s'exprime donc en Joule (symbole J, un Joule est un Newton.mètre).

#### DEFINITION MATHÉMATIQUE :

Soit  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs du plan et soit  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  deux représentants de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  de même origine A.  
Le nombre  $W = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\widehat{u, v}) = AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC})$  s'appelle le produit scalaire de  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .  
On le note  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .

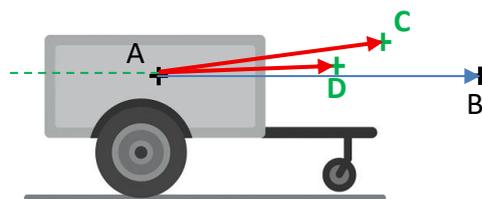
#### Retour à la situation

5. On note  $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ .

Steeve tire comme un diable le long du trajet avec une force

$\vec{v} = \overrightarrow{AC}$  et son copain Jack avec une force  $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$ .

Intuitivement, le travail total fourni par Jack et Steeve est égal à la somme de leurs deux travaux pour déplacer la remorque.



a. Utiliser cette propriété pour justifier que  $\vec{u} \cdot (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} \cdot \vec{v} + \vec{u} \cdot \vec{w}$ .

Momo, à la place de Steeve, aurait tiré deux fois plus fort que lui le long du trajet. Intuitivement, le travail total fourni par Momo aurait été le double du travail fourni par Steeve pour déplacer la remorque.

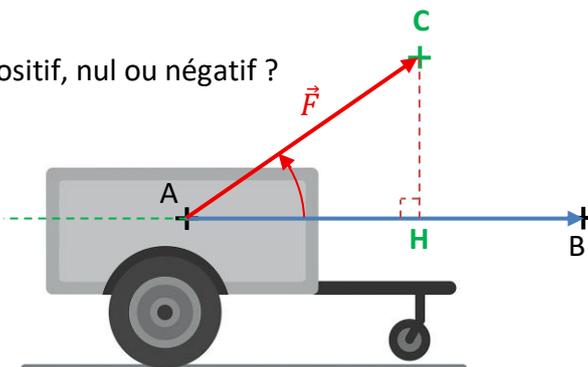
b. Utiliser cette propriété pour montrer alors que  $\vec{u} \cdot (2\vec{v}) = 2 \vec{u} \cdot \vec{v}$

c. Montrer que  $\vec{u} \cdot \vec{v} = v \cdot \vec{u}$ .

#### Compléments pour le cours

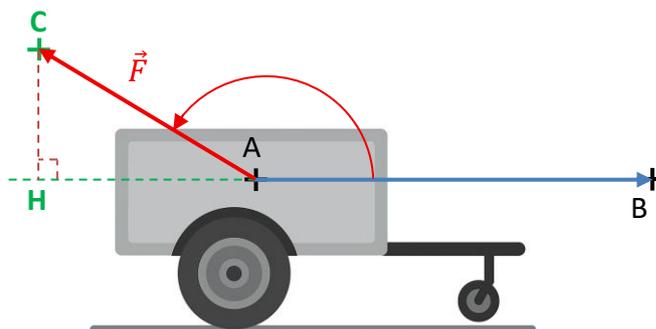
6. a. Dans la situation ci-contre, le travail  $W = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  est-il positif, nul ou négatif ?

b. Montrer que  $W = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = AB \times AH$ .



7. a. Dans la situation ci-contre, le travail  $W = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  est-il positif, nul ou négatif ?

b. Montrer que  $W = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = -AB \times AH$ .



Cela met bien en évidence que c'est la composante de la force exercée dans la direction du déplacement qui compte pour le calcul du travail.